

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)
Prof. Giovanni Masala – giugno 2026



Domanda 1 (punti 3, 6).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1} \cdot \log(x + 3)}{x^2 - 5x + 6}$$

Dominio	$E = (-3, -1] \cup [1, +\infty) / \{2, 3\}$
Positività	$P = (-2, -1) \cup (1, 2) \cup (3, +\infty)$
Intersezioni	$A(-2; 0) \quad B(-1; 0) \quad C(1; 0)$

Domanda 2 (punti 3, 6).**

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 2x - 3} - \sqrt{4x^2 - 3x + 5})$ e $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^3 + e^{x^3-8} \cdot x^2 + 2x}{\sqrt{2x} \cdot \log(x-1)}$

Soluzioni	$5/4; \quad 21$
-----------	-----------------

Domanda 3 (punti 3, 6).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = e^x \cdot (x^3 - 4x^2 + 2x - 2)$

Derivata prima	$f' = e^x \cdot x \cdot (x-3) \cdot (x+2) \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$m(-2; -30e^{-2}) \quad M(0; -2) \quad m(3; -5e^3)$ cresce in $(-2, 0) \cup (3, +\infty)$

Domanda 4 (punti 3, 6).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \frac{1}{6}x \cdot (x^2 - 15x + 24 \log x - 24)$

Derivata prima	$f' = \frac{1}{2}x \cdot (x-10) + 4 \log x \quad E = (0, +\infty)$
Derivata seconda	$f'' = \frac{(x-1) \cdot (x-4)}{x}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(1; -19/3); F_2\left(4; \frac{2}{3}(-68 + 48 \log 2)\right)$ convessa in $(0, 1) \cup (4, +\infty)$

Domanda 5 (punti 2, 6).**

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{x^5 - 2x^3 + 4x}{(x^2 - 4) \cdot (x^2 - 9)}$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-3, -2, 2, 3\}$
As. verticali	$x = -3, x = -2, x = 2$ e $x = 3$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = x$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_1^2 \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4} \right) dx \quad \text{e} \quad \int \left(e^{x/2} \cdot x + x \cdot \log \left(\frac{x}{2} \right) \right) dx$$

Integrale definito	primitiva: $x + 8\sqrt{x} + 32 \log \sqrt{x} - 4 $ $8\sqrt{2} - 7 - 32 \log 3 + 32 \log (4 - \sqrt{2}) \simeq -0,4409$
Integrale indefinito	$-\frac{x^2}{4} + \frac{1}{2}x^2 \cdot \log \left(\frac{x}{2} \right) + 2e^{x/2} \cdot (x - 2) + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x - 3y + k \cdot z = 4 \\ 4x + 2y + 3z = -2 \\ 3x + k \cdot y + 2z = 1 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -1; 3$: incompatibile $k \neq -1; 3$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{2k^2 + 14k + 5}{-k^2 + 2k + 3}; y = \frac{3k + 4}{k^2 - 2k - 3}; z = \frac{2(k^2 + 9k + 3)}{k^2 - 2k - 3}$

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = x^2 + 4x \cdot y - 2x + 2y^2 - 8y + 1$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x + 4y = 4$.

Derivate parziali	$f_x = 2x + 4y - 2 \quad f_y = 4x + 4y - 8$
Estremi liberi	$S(3; -1) \quad z = 2 \quad H = -8$
Estremi vincolati	$M(4; -1) \quad \lambda = 1 \quad z = 3$ $H = 16$

Domande teoriche.

- 1) Il teorema di Lagrange: esempio e significato geometrico (punti 2, 4*)
- 2) Il teorema del punto fisso: illustrare alcuni controesempi (punti 2, 4*)
- 3) Enunciato e conseguenze del teorema di Barrow-Torricelli (punti 2, 4*)

*Punteggi solo II parte contrassegnati con * (solo I parte con **).*